

1. Формулы сокращённого умножения: $a^2 - b^2$; $a^3 + b^3$; $a^3 - b^3$; $a^n - b^n$; $a^{2n+1} + b^{2n+1}$;
 $(a + b)^2$; $(a - b)^2$; $(a + b)^3$; $(a - b)^3$; $(a - b)^n$; $(a + b + c)^2$; $(a + b + c)^3$; $(a + b + c)^4$; $(a + b + c)^n$.

Выводы и примеры использования.

• Выведите каждую из предложенных в вопросе формул (14 шт.); при этом формулы $a^2 - b^2$; $a^3 + b^3$; $a^3 - b^3$; $(a + b)^2$; $(a - b)^2$; $(a + b)^3$; $(a - b)^3$; $(a + b + c)^2$; $(a + b + c)^3$; $(a + b + c)^4$ можно вывести, раскрывая скобки;

• Формулу $(a - b)^n$ выведите, используя ММИ;

• Формулу $a^n - b^n$ можно вывести, раскрывая скобки, но можно, используя сумму n чисел геометрической прогрессии:

|| Рассмотрим ряд чисел: $b_1, b_1q, b_1q^2, b_1q^3, b_1q^4, \dots, b_1q^{n-1}$.

Найдём сумму ряда: $b_1 + b_1q + b_1q^2 + b_1q^3 + b_1q^4 + \dots + b_1q^{n-1} = S$ (*).

Умножим обе части этого равенства на q . Получим: $b_1q + b_1q^2 + b_1q^3 + b_1q^4 + b_1q^5 + \dots + b_1q^n = Sq$ (**).

Вычтем равенства (**) и (*). Получим: $b_1q^n - b_1 = Sq - S \Leftrightarrow b_1(q^n - 1) = S(q - 1) \Leftrightarrow S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$.

Далее, положим $b_1 = 1$; $q = \frac{b}{a}$. Тогда $1 + \frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^3 + \left(\frac{b}{a}\right)^4 + \dots + \left(\frac{b}{a}\right)^{n-1} = S = \frac{\left(\frac{b}{a}\right)^n - 1}{\frac{b}{a} - 1}$.

Преобразуем:

$$1 + \frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^3 + \left(\frac{b}{a}\right)^4 + \dots + \left(\frac{b}{a}\right)^{n-1} = \frac{(b^n - a^n)a}{a^n(b - a)} \Leftrightarrow 1 + \frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^3 + \left(\frac{b}{a}\right)^4 + \dots + \left(\frac{b}{a}\right)^{n-1} = \frac{b^n - a^n}{a^{n-1}(b - a)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^3 + \left(\frac{b}{a}\right)^4 + \dots + \left(\frac{b}{a}\right)^{n-1}\right) a^{n-1}(b - a) = b^n - a^n \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})(b - a) = b^n - a^n. ||$$

• Формулу $a^{2n+1} + b^{2n+1}$ можно получить из формулы $a^n - b^n$, положив вместо n выражение $2n + 1$, а вместо b - выражение $-b$. (Объяснение Константина).

• Для вывода формулы $(a + b + c)^n$ можно два раза использовать бином Ньютона.

• Приведите примеры применения формул сокращённого умножения.

2. Метод математической индукции. Описание метода. Принцип его работы. Применение метода математической индукции в задачах на делимость, суммирование, доказательство тождеств и неравенств. Примеры, доказательства. Разновидности метода математической индукции (показать сведение к мми).

- Опишите метод математической индукции, объясните, почему он работает.
- Приведите области применения мми; проиллюстрируйте применение мми в задачах на делимость, суммирование, доказательство тождеств и неравенств, приводя соответствующие примеры с решениями.
- Расскажите про какие-нибудь разновидности мми, например, про схему доказательства тождества:
- $A(n) = B(n)$: $A(1) = B(1)$ - верно, пусть $A(k) = B(k)$ - верно, докажем, что $A(k + 1) = B(k + 1)$ - верно.
- Покажите сведение приведённой Вами разновидности мми к “классическому” мми.

3. Сравнения по модулю. Определение. Свойства (формулировки, доказательства). Примеры применения.

- Дайте определение сравнения по модулю.
 - Сформулируйте свойства сравнения по модулю (10 шт.) и докажите их.
 - Приведите примеры на каждое из доказанных свойств.
 - Приведите примеры, иллюстрирующие деление сравнения по модулю. (Из сравнения $am \equiv bm \pmod{n}$ не всегда следует сравнение $a \equiv b \pmod{n}$).
 - Укажите какие-нибудь области применения сравнений по модулю (нахождение остатков от деления заданных чисел на заданные; доказательство теорем (МТФ) и вывод формул (признаки делимости, бином Ньютона и т.д.)
-

4. Сравнения по модулю. Определение. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 25.

- Дайте определение сравнения по модулю.
 - Сформулируйте и докажите признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 25.
 - При доказательстве признаков можно использовать идеи: разложение числа в сумму разрядных слагаемых, использование свойств сравнений по модулю.
 - При доказательстве признака делимости на 7 можете раскладывать число в сумму, разбивая число на группы с конца, содержащие по три значащие цифры.
 - Приведите примеры, иллюстрирующие признаки делимости.
-

5. Бином Ньютона. Вывод. Применение. Треугольник Паскаля.

- Сформулируйте формулу бинома Ньютона и выведите её.
В ходе вывода формулы не забудьте доказать одну из формул биномиальных коэффициентов: $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$ (правило Паскаля), а также факт: $C_n^0 = C_n^n = 1$.
 - Покажите применение бинома Ньютона (например, для возведения в натуральную степень суммы двух чисел: $(\sqrt{3} + \sqrt{5})^4$ и т.д.), находя биномиальные коэффициенты по формуле $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
 - Расскажите о треугольнике Паскаля. Постройте его, показывая, как строится очередная строчка треугольника Паскаля. Покажите, как пользоваться треугольником Паскаля для нахождения биномиальных коэффициентов.
 - Покажите применение бинома Ньютона (например, для возведения в натуральную степень суммы двух чисел: $(2x - 0,5y)^5$ и т.д.), находя биномиальные коэффициенты, используя треугольник Паскаля.
-

6. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.

- Сформулируйте формулу бинома Ньютона.
 - Покажите применение бинома Ньютона (например, для возведения в натуральную степень суммы двух чисел: $(\sqrt{3} + \sqrt{5})^4$ и т.д.), находя биномиальные коэффициенты по формуле $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
 - Покажите применение бинома Ньютона (например, для возведения в натуральную степень суммы двух чисел: $(2x - 0,5y)^5$ и т.д.), находя биномиальные коэффициенты, используя треугольник Паскаля.
 - С помощью бинома Ньютона сформулируйте и докажите свойства биномиальных коэффициентов:
 - А) $C_n^k = C_n^{n-k}$ (симметричность биномиальных коэффициентов);
 - Б) $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$ (правило Паскаля);
 - В) $\sum_{i=0}^n C_n^i = 2^n$ (сумма биномиальных коэффициентов);
 - Г) $\sum_{i=0}^n (-1)^i C_n^i = 0$ (знакопеременная сумма биномиальных коэффициентов);
 - Д*) $\sum_{i=0}^n (C_n^i)^2 = C_{2n}^n$ (сумма квадратов биномиальных коэффициентов).
-

7. МТФ. Формулировка с доказательством. Следствие из МТФ. Применение МТФ.

- Сформулируйте и докажите МТФ.
 - В ходе доказательства не забудьте доказать лемму: $(a + b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{n}$, $n \in \mathbb{P}$, $a, b \in \mathbb{N}$.
 - Приведите пример применения МТФ.
 - Сформулируйте и докажите следствие из МТФ.
 - Приведите пример применения следствия из МТФ.
-

8. Деление многочленов с остатком. Теорема. Формулировка с доказательством. Пример.

- Сформулируйте и докажите теорему о делении многочлена на многочлен с остатком.
 - Приведите пример применения теоремы, показывая умение делить многочлены в столбик.
-

9. Теорема Безу (сформулировать, доказать). Следствия из теоремы Безу (сформулировать, доказать). Корни многочлена (определение). Корень многочлена кратности k (определение). Теоремы о корнях многочлена (сформулировать, доказать). Основная теорема алгебры (сформулировать). Примеры применения.

- Сформулируйте и докажите теорему Безу.
 - Приведите пример применения теоремы Безу.
 - Дайте определение корня многочлена.
 - Сформулируйте и докажите два следствия из теоремы Безу. (1. О делимости нацело многочлена $P(x)$ на многочлен $x - \alpha$, при условии того, что α - корень $P(x)$. 2. Об установлении факта о том, что α - корень $P(x)$, при условии того, что многочлен $P(x)$ делится нацело на многочлен $x - \alpha$).
 - Приведите примеры применения следствий из теоремы Безу.
 - Дайте определение корня многочлена кратности k.
 - Сформулируйте основную теорему алгебры (без доказательства).
 - Сформулируйте и докажите теоремы о корнях многочлена (три шт.). (1. О множестве потенциальных корней. 2. О делимости многочлена $P(x)$ степени n на $\prod_{i=1}^k (x - \alpha_i)$ при условии того, что $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ - корни многочлена $P(x)$, здесь не забудьте отдельно оговорить случай совпадения корней. 3. О количестве корней многочлена $P(x)$ степени n).
 - Приведите примеры применения теорем о корнях.
-

10. Схема Горнера. Вывод формулы. Пример применения. Метод неопределённых коэффициентов. Описание метода. Пример применения.

- Выведите рекуррентную формулу для нахождения коэффициентов многочлена частного при делении многочлена на многочлен $x - \alpha$.
 - Приведите примеры применения полученной формулы.
 - Опишите процесс разложения на множители многочлена с помощью метода неопределённых коэффициентов.
 - Приведите пример применения разложения на множители многочлена с помощью метода неопределённых коэффициентов.
-

11. Формулы Виета. Сформулировать и доказать теорему для многочлена второй и третьей степени. Пример применения. Сформулировать теорему для многочлена n-ой степени.

- Сформулируйте и докажите теорему Виета для многочленов второй и третьей степени. Не забудьте в формулировке про слова “необходимо и достаточно”, или намеренно формулируйте две теоремы в одной, в которых Вы покажете переход от корней многочлена к системе, и, наоборот, переход от системы к корням многочлена.
 - Приведите примеры применения теоремы Виета (по два примера для многочленов второй и третьей степени, иллюстрирующие прямую и обратную теорему Виета).
 - Сформулировать теорему для многочлена n-ой степени (без доказательства).
-

12. Формула Кардано. Вывод формулы. Пример применения.

- Дайте определение неприведённого уравнения третьей степени $a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0$.
- Перейдите к приведённому уравнению третьей степени $x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$.
- Произведите замену $x = y - \frac{a}{3}$ в полученном уравнении третьей степени, приведите выкладки, покажите переход к уравнению $y^3 + p \cdot y + q = 0$.
- Сделайте замену в полученном уравнении $y = z - \frac{p}{3z}$ ($z \neq 0$), показывая переход к уравнению $z^6 + q \cdot z^3 - \frac{p^3}{27} = 0$.
- Решите последнее уравнение, сделав замену $z^3 = t$ и получите корни
- $z = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$; $z = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$ нового уравнения.

Вспоминая, что $y = z - \frac{p}{3z}$ ($z \neq 0$), докажите, что $y_1 = y_2$. (Можно, непосредственно производя алгебраические выкладки, а можно II способом через теорему Виета:

II способ: рассмотрим $t^2 + qt - \frac{p^3}{27} = 0$; по теореме Виета $t_1 \cdot t_2 = -\frac{p^3}{27}$; $z^3 = t$; $z = \sqrt[3]{t}$;
 $z_1 \cdot z_2 = \sqrt[3]{t_1} \cdot \sqrt[3]{t_2} = \sqrt[3]{t_1 \cdot t_2} = -\frac{p}{3}$; $z_1 = -\frac{p}{3 \cdot z_2}$; $z_2 = -\frac{p}{3 \cdot z_1}$. $y = z - \frac{p}{3 \cdot z}$; $y_1 = z_1 - \frac{p}{3 \cdot z_1} = z_1 + z_2$; $y_2 = z_2 - \frac{p}{3 \cdot z_2} = z_2 + z_1$.

Таким образом, $y_1 = y_2 = z_1 + z_2 = z_1 - \frac{p}{3 \cdot z_1} = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$.

Итак, $y_1 = y_2 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$; $q = c - \frac{a \cdot b}{3} + \frac{2 \cdot a^3}{27}$; $p = -\frac{a^2}{3} + b$; $x = y - \frac{a}{3}$.

- Укажите, как найти остальные корни уравнения третьей степени $x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$.
- Укажите, как перейти к корням уравнения $a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0$.
- Сделайте вывод о количестве и качестве корней уравнения третьей степени в зависимости от дискриминанта кубического уравнения. (**Дискриминант кубического уравнения: $D = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$**).

$D < 0$. Уравнение имеет три различных вещественных корня.

$D = 0$. Тогда хотя бы два корня совпадают. Это может быть, когда уравнение имеет один вещественный корень, кратности два, и ещё один вещественный корень, отличный от первых двух. Или все три корня совпадают.

$D > 0$. Уравнение имеет один вещественный и пару комплексных корней).

- Приведите пример уравнения третьей степени и решите его по формуле Кардано.

13. Метод Феррари. Описание метода с необходимыми выкладками. Пример применения.

- Дайте определение неприведённого уравнения четвёртой степени: $a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$.
 - Перейдите к приведённому уравнению четвёртой степени: $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$.
 - Произведите замену $x = y - \frac{a}{4}$ в полученном уравнении четвёртой степени, приведите выкладки, покажите переход к уравнению $y^4 + py^2 + qy + r = 0$.
 - Добавляя и вычитая к левой части уравнения выражение $2sy^2 + s^2$, где s – некоторое число, получите уравнение $(y^2 + s)^2 + (p - 2s)\left(y + \frac{q}{2(p-2s)}\right)^2 - \frac{q^2}{4(p-2s)} + r - s^2 = 0$.
 - Докажите, что можно выбрать число s так, чтобы $-\frac{q^2}{4(p-2s)} + r - s^2 = 0$.
 - Укажите, что называют кубической резольвентой уравнения 4-й степени.
 - Покажите, как далее дорешать уравнение $(y^2 + s)^2 + (p - 2s)\left(y + \frac{q}{2(p-2s)}\right)^2 = 0$.
 - Укажите, как перейти к корням уравнения $a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$.
 - Приведите пример уравнения четвёртой степени и решите его по методу Феррари.
-

14. Разложение на множители многочленов различными способами. Описание способов с аргументацией и примеры.

- Сформулируйте различные способы разложения многочленов на множители или ведущие к разложению на множители:
 - ✓ Вынесение общего множителя за скобку: $ab + ac = a(b + c)$;
 - ✓ Группировка;
 - ✓ Формулы сокращённого умножения;
 - ✓ Представление какого-нибудь слагаемого алгебраической суммой слагаемых;
 - ✓ Метод выделения целой степени;
 - ✓ Прибавление и вычитание одного и того же выражения;
 - ✓ Замена переменной;
 - ✓ Формула корней квадратного уравнения;
 - ✓ Формула для разложения квадратного трёхчлена на множители: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$;
 - ✓ Следствие из теоремы Безу;
 - ✓ Теоремы о корнях;
 - ✓ Теоремы Виета;
 - ✓ И т.д. (возможно у Вас есть ещё какие-то способы).
 - Опишите способы разложения многочленов на множители, приводя необходимые ссылки на определения и теоремы алгебры.
 - Проиллюстрируйте предложенные способы примерами.
-

15. Квадратный корень из действительного числа. Определение. Вычисление квадратных корней. Геометрические приложения квадратных корней. Свойства квадратных корней (с доказательством).

- Дайте определение арифметического квадратного корня из действительного числа.
 - Предложите Ваш хотя бы один практический способ вычисления арифметического квадратного корня из действительного числа.
 - Укажите примеры геометрических приложений квадратных корней с необходимым обоснованием.
 - Сформулируйте и докажите свойства квадратных корней (5 свойств).
 - Приведите примеры использования свойств квадратных корней.
 - Расскажите про прием: выделение целой степени, приведите пример.
 - Выведите формулу сложных радикалов, приведите пример.
-

16. Квадратные уравнения и их корни. Определение. Неполные квадратные уравнения. Виды и способы решения. Примеры. Полные квадратные уравнения. Метод выделения полного квадрата.

Описание метода и пример. Формула корней квадратного уравнения. Вывод формулы. Пример. Применение теоремы Виета для решения квадратного уравнения.

- Дайте определение квадратного уравнения. Приведите пример.
- Дайте определение корня квадратного уравнения.
- Приведите виды неполных квадратных уравнений, укажите способы их решений. Приведите примеры неполных квадратных уравнений с решениями.
- Опишите метод выделения целого квадрата решения полного квадратного уравнения. Приведите пример.
- Укажите, что называется дискриминантом квадратного уравнения.
- Выведите формулу корней квадратного уравнения.
- Проведите исследование количества корней квадратного уравнения в зависимости от знака дискриминанта квадратного уравнения.
- Приведите пример решения квадратного уравнения по формуле корней.
- Выведите формулы дискриминанта, делённого на 4 и соответствующую формулу корней квадратного уравнения.
- Сформулируйте и доказите теорему Виета. Расскажите о применении теоремы Виета для решения квадратного уравнения. Приведите пример.

17. Некоторые теоремы о равносильных преобразованиях в уравнениях (сформулировать, доказать).

- Сформулируйте и доказите некоторые теоремы о равносильных преобразованиях в уравнениях:

$$1) \frac{A(x)}{B(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0; \\ B(x) \neq 0 \end{cases}$$

$$2) A(x) \cdot B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0; \\ B(x) = 0 \\ \text{ОДЗ} \end{cases}$$

$$3) |A(x)| = B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = B(x); \\ A(x) = -B(x); \\ B(x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0; \\ A(x) = B(x) \\ A(x) < 0; \\ A(x) = -B(x) \end{cases}$$

$$4) |A(x)| = |B(x)| \Leftrightarrow (A(x))^2 = (B(x))^2 \Leftrightarrow (A(x) - B(x))(A(x) + B(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = B(x) \\ A(x) = -B(x) \end{cases};$$

$$5) k_1|A_1(x)| + k_2|A_2(x)| + \dots + k_s|A_s(x)| = B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} \{x \leq x_1; \\ \dots \\ \{x_1 < x \leq x_2; \\ \dots \\ \{x \geq x_s; \\ \dots \end{cases}.$$

- Приведите примеры использования теорем.

18. Линейная функция.

- Сформулируйте и доказите теорему **о задании прямой линейным уравнением.**

(Теорема сложна. Привожу её доказательство.

Способ I. Использование векторов.

Пусть на плоскости введена [прямоугольная декартова система координат](#) Oxy .

Теорема.

Всякое уравнение первой степени вида $Ax + By + C = 0$, где A , B и C – некоторые действительные числа, причем A и B одновременно не равны нулю, **задает прямую линию** в прямоугольной системе координат Oxy на плоскости, и **любая прямая** в прямоугольной системе координат Oxy на плоскости задается **уравнением вида $Ax + By + C = 0$** при некотором наборе значений A , B и C .

Доказательство.

• Докажем сначала, что уравнение вида $Ax + By + C = 0$ задает **прямую** на плоскости.

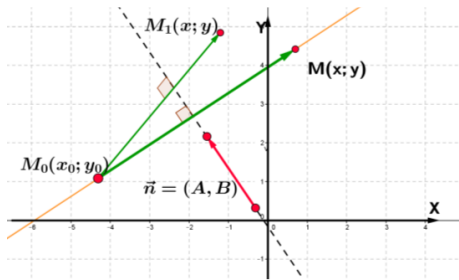
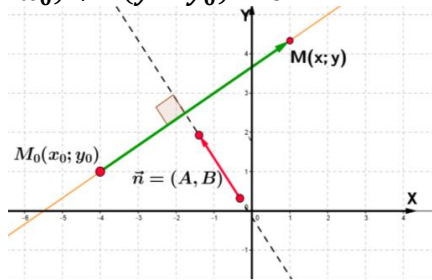
✓ Пусть координаты точки $M_0(x_0, y_0)$ удовлетворяют уравнению $Ax + By + C = 0$, то есть,

$Ax_0 + By_0 + C = 0$. Вычтем из левой и правой частей уравнения $Ax + By + C = 0$ соответственно левую и правую части равенства $Ax_0 + By_0 + C = 0$, при этом получаем уравнение вида

$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$, которое эквивалентно уравнению $Ax + By + C = 0$.

✓ Уравнение $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ представляет собой [необходимое и достаточное условие](#)

[перпендикулярности двух векторов](#) $\vec{n} = (A, B)$ и $\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0, y - y_0)$. То есть, **множество всех точек $M(x, y)$** определяет в прямоугольной системе координат Oxy **прямую линию, перпендикулярную** вектору $\vec{n} = (A, B)$. Если бы это было не так, то векторы $\vec{n} = (A, B)$ и $\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0, y - y_0)$ не были бы перпендикулярными и равенство $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ не выполнялось бы.



✓ Таким образом, уравнение $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ задает прямую линию в прямоугольной декартовой системе координат Oxy на плоскости, следовательно, эквивалентное ему уравнение вида $Ax + By + C = 0$ задает эту же прямую. На этом первая часть теоремы доказана.

• Теперь докажем, что **всякая прямая** в прямоугольной системе координат Oxy на плоскости определяется уравнением первой степени вида $Ax + By + C = 0$.

✓ Пусть в прямоугольной системе координат Oxy на плоскости задана **прямая а**, проходящая через точку $M_0(x_0, y_0)$, $\vec{n} = (A, B)$ - [нормальный вектор прямой](#) а, и пусть $M(x, y)$ - плавающая точка этой прямой. Тогда векторы $\vec{n} = (A, B)$ и $\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0, y - y_0)$ перпендикулярны, следовательно, их [скалярное произведение](#) равно нулю, то есть, $(\vec{n}, \overrightarrow{M_0M}) = A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$. Полученное равенство можно переписать в виде $Ax + By - Ax_0 - By_0 = 0$. Если принять $C = -Ax_0 - By_0$, то получим уравнение $Ax + By + C = 0$, которое соответствует прямой а.

На этом доказательство теоремы завершено.

• Уравнение вида $Ax + By + C = 0$ есть **общее уравнение прямой** на плоскости в прямоугольной системе координат Oxy .

• Из доказанной теоремы следует, что в фиксированной прямоугольной декартовой системе координат Oxy на плоскости прямая линия и ее общее уравнение прямой неразделимы. Иными словами, заданной прямой соответствует ее общее уравнение прямой, а этому общему уравнению прямой соответствует заданная прямая.

Из доказательства теоремы также видно, что коэффициенты A и B при переменных x и y являются соответствующими координатами нормального вектора прямой, заданной общим уравнением прямой вида $Ax + By + C = 0$.

• Можно использовать и способ II. Использование серединного перпендикуляра.

• Приведите пример общего уравнения прямой.

• Постройте график уравнения.

• Является ли график этого уравнения графиком некоторой функции? Если – да, то какой? Приведите объяснения.

• Объясните, как перейти к уравнению прямой с угловым коэффициентом.

• Не забудьте рассказать про прямые, заданные уравнениями $y = const$, $x = const$.

• Дайте определение функции.

• Дайте определение линейной функции. (Не забудьте показать, почему зависимость $y = kx + b$ – функциональная).

• Приведите пример линейной функции и постройте её график.

• Сформулируйте критерии параллельности, совпадения и пересечения прямых, заданных общими уравнениями и уравнениями с угловым коэффициентом. Приведите подробные объяснения сформулированных критериев.

• Приведите примеры использования критериев параллельности, совпадения и пересечения прямых, заданных общими уравнениями и уравнениями с угловым коэффициентом на практике. Придумайте задачу с параметрами, решаемую с использованием критериев параллельности, совпадения и пересечения прямых, и решите её.

19. Золотое сечение. Определение. Построение с помощью циркуля и линейки. Доказательство. Золотое сечение в правильном пятиугольнике. Построение правильного пятиугольника с помощью циркуля и линейки. Доказательства.

- Что значит решить задачу на построение с помощью циркуля и линейки?
- Любую ли задачу на построение можно решить с помощью циркуля и линейки?
- Приведите примеры задач, решаемых и не решаемых с помощью циркуля и линейки? Приведите необходимые обоснования.
- Дайте определение золотого сечения.
- Постройте золотое сечение с помощью циркуля и линейки, описав этапы построения и доказательства.
- Дайте определение правильного пятиугольника.
- Найдите золотое сечение в правильном треугольнике.
- Постройте правильный пятиугольник с помощью циркуля и линейки, описав этапы построения и доказательства.
- Знаете ли Вы, где можно встретить золотое сечение в природе? Известны ли Вам сферы практической деятельности человека, в которых используются принципы золотого сечения?